

Messunsicherheit bei der Angabe des f_1' -Kennwertes

Udo Krüger, TechnoTeam Bildverarbeitung GmbH, Werner-v.-Siemens-Str. 10,
D-98693 Ilmenau, eMail: udo.krueger@technoteam.de

Einleitung

Der f_1' -Kennwert (DIN 5032 T6 bzw. CIE Pub. 69) ist einer der gefragtesten Kennwerte bei der Bewertung der spektralen Anpassung von Photometern, obwohl die Angabe dieses Kennwertes in der Praxis nur sehr bedingt Aussagen über die zu erwartenden Messabweichungen auf Grund der spektralen Anpassung erlaubt.

Die Berechnung des Kennwertes aus Integralverhältnissen ist zwar einfach, die Abschätzung der beigeordneten Messunsicherheit ist jedoch schwierig und von vielen verschiedenen Beiträgen abhängig [1]. Dies gilt insbesondere dann, wenn die Bestimmung der spektralen Empfindlichkeit eines Gesamtsystems nur rechnerisch aus den Messergebnissen verschiedener Teilkomponenten erfolgen kann.

Im Folgenden wird auf der Basis zweier Ansätze aus [2] und [3] und unter Verwendung von Messunsicherheiten beigeordnet den Komponenten eines optischen Systems die Messunsicherheit des zugehörigen f_1' -Kennwertes bestimmt. Dabei werden nur die Messunsicherheiten der spektralen Messgrößen berücksichtigt. Messunsicherheitsbeiträge im Zusammenhang mit der Wahl der Abtastintervalle, der verwendeten spektralen Bandbreite bei den Messungen und der Bestimmung der Wellenlänge selbst werden nicht behandelt, da sie ausführlich in [4] erläutert wurden.

Grundlagen

Die Messunsicherheit (uncertainty of measurement) wird in [5] folgendermaßen definiert:

Dem Messwert zugeordneter Parameter, der die Streuung der Werte kennzeichnet, die vernünftiger Weise der Messgröße zugeordnet werden können.

Die Messunsicherheit ist für die Beurteilung der Qualität eines Messergebnisses von entscheidender Bedeutung und ist für jedes Messergebnis anzugeben.

Der f_1' -Kennwert ist nach DIN 5032 Teil 6 bzw. CIE Pub. 69 folgendermaßen definiert:

Ausgehend von der spektralen Empfindlichkeit $s(\lambda)$ eines Photometers wird die besonders normierte Größe $s_{\text{rel}}^*(\lambda)$ bestimmt:

$$s_{\text{rel}}^*(\lambda) = \frac{\int S_{\lambda, \text{NLA}}(\lambda) \cdot V(\lambda) d\lambda}{\int S_{\lambda, \text{NLA}}(\lambda) \cdot s(\lambda) d\lambda} \cdot s(\lambda) \quad (1)$$

Mit:

$S_{\lambda, \text{NLA}}(\lambda)$	Strahlungsfunktion der Kalibrierlichtart (hier Normlichtart A)
$s(\lambda)$	spektrale Empfindlichkeit des Photometers (DUT)
$s_{\text{rel}}^*(\lambda)$	Normlichtart A berücksichtigende relative spektrale Empfindlichkeit

Auf dieser Basis wird der f_1' -Kennwert berechnet:

$$f_1' = \frac{\int |s_{\text{rel}}^*(\lambda) - V(\lambda)| d\lambda}{\int V(\lambda) d\lambda} \cdot 100\% \quad (2)$$

Wird die spektrale Empfindlichkeit des Gesamtsystems nicht gemessen sondern aus den Messwerten für die Komponenten (Matrix, Filter und Objektiv) berechnet, dann erhält man folgenden Ausdruck für die spektrale Empfindlichkeit des Gesamtsystems $s(\lambda)$:

$$s(\lambda) = s_{\text{Matrix}}(\lambda) \cdot \tau_{\text{Filter}}(\lambda) \cdot \tau_{\text{Objektiv}}(\lambda) \quad (3)$$

Mit:

$s_{\text{Matrix}}(\lambda)$	(relative) spektrale Empfindlichkeit der Matrix
$\tau_{\text{Filter}}(\lambda)$	spektrale Transmission des $V(\lambda)$ -Filters
$\tau_{\text{Objektiv}}(\lambda)$	(relative) spektrale Transmission des Objektivs

Die Größen $s_{\text{Matrix}}(\lambda)$ und $\tau_{\text{Objektiv}}(\lambda)$ werden im Allgemeinen nur relativ bestimmt. Die Transmission des $V(\lambda)$ -Filters $\tau_{\text{Filter}}(\lambda)$ wird sowohl beim Filterdesign als auch bei den entsprechenden Kontrollmessungen absolut bestimmt, um das Filterdesign zu verifizieren. Für die Angabe der Messunsicherheiten spielt dieser Unterschied auf Grund der besonderen Normierung in Gleichung (1) keine Rolle.

Bestimmung der Messunsicherheit

Im folgenden werden zwei Ansätze miteinander verglichen, mit denen die Messunsicherheit des f_1' -Kennwertes abgeschätzt werden soll. Dabei wird ein Ansatz auf der Basis der Taylorreihenentwicklung [2] mit einem auf der Monte Carlo Simulation [3] basierenden Ansatz verglichen.

Linearisierter Ansatz (Verfahren 1)

Nach einem von Yoshi Ohno in [2] beschriebenen Verfahren, dass auf den Methoden des GUM [5] basiert, kann die Messunsicherheit einer beliebigen Größe $q = f\{s(\lambda)\}$ abgeschätzt werden, wenn die partiellen Ableitungen von q bei den verschiedenen Wellenlängen z.B. numerisch bestimmt werden. Grundlage dafür ist eine Zerlegung der spektralen Daten in bestimmte Wellenlängenabschnitte, für die dann die partiellen Ableitungen bestimmt werden.

$$q = f\{s(\lambda)\} = f\{s(\lambda_1), s(\lambda_2), \dots, s(\lambda_n)\} \quad (4)$$

$$\frac{\partial q}{\partial s(\lambda_i)} = \frac{f\{s(\lambda_1), s(\lambda_2), \dots, s(\lambda_i) + \Delta s, \dots, s(\lambda_n)\} - f\{s(\lambda)\}}{\Delta s}; i = 1, \dots, n \quad (5)$$

Wobei $\Delta s(\lambda_i)$ gerade so groß gewählt werden sollte, um in der Umgebung der Stützstelle einen linearen Ansatz zu rechtfertigen.

Die kombinierte Messunsicherheit wird folgendermaßen bestimmt:

$$u(q) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\partial q}{\partial s(\lambda_i)} \right\}^2 u^2\{s(\lambda_i)\}} \quad (6)$$

$u\{s(\lambda_i)\}$ Standard-Messunsicherheit der Größe $s(\lambda_i)$ an der Stelle λ_i

Die Standard-Messunsicherheit $u(q)$ beschreibt den Streuungsparameter einer Wahrscheinlichkeitsverteilung. Standard-Messunsicherheiten sind nach (6) kombinierbar und nähern sich bei linearen Modellen in ihrer Form der Wahrscheinlichkeitsdichte einer Normalverteilung an.

Dabei wird angenommen, dass die Messunsicherheiten nicht korreliert sind. Diese Annahme ist unter Umständen nicht ganz korrekt, wenn die Messwerte der verschiedenen Teilekomponenten (Matrix, Filter, Objektiv) mit den selben Messgeräten bzw. Anordnungen bestimmt werden, wie dies im Falle der Filter- und Objektivtransmission der Fall ist. Für die Bestimmung der kombinierten Messunsicherheit unter den oben genannten Voraussetzungen wird die Messunsicherheit des f_1' -Kennwertes jeweils separat für die Variation der Daten der Matrixmessung, der Filtermessung und der Objektivmessungen bestimmt. Im Anschluss werden die so ermittelten Messunsicherheiten quadratisch addiert, wobei wieder die Unabhängigkeit der Messergebnisse bzw. deren Unsicherheiten angenommen wird.

$$u_c(f_1') = \sqrt{u_{\text{Matrix}}^2(f_1') + u_{\text{Filter}}^2(f_1') + u_{\text{Objektiv}}^2(f_1')} \quad (7)$$

Hierbei muss überprüft werden, ob und inwieweit ein linearisierter Ansatz gerechtfertigt ist. Es sind folgende Schwachstellen zu erkennen:

- 1) Bei den Werten der $V(\lambda)$ -Funktion an den Rändern des visuellen Spektralbereiches sind die Funktionswerte ggf. kleiner als die angegebenen Messunsicherheiten (oder deren Wirkung). Daher wird mathematisch eine "negative Empfindlichkeit" berücksichtigt – was physikalisch Unsinn ist. Bei der numerischen Berechnung werden im oben beschriebenen Fall zwar nur positive Werte für $\Delta s(\lambda_i)$ eingesetzt, aber die Wirkung im negativen Bereich kann damit nicht vollständig beschrieben werden. Eine Begrenzung der Empfindlichkeiten auf ausschließlich positive Werte ist zwar physikalisch begründet, würde aber auf die Verteilungsfunktion der Messwerte an den Stützstellen erheblichen Einfluss ausüben.
- 2) Die spektrale Empfindlichkeit sowohl einzeln berechnet für die Komponenten als auch insgesamt wird durch die "besondere" Normierung so in (2) benutzt, dass mehrfach das Vorzeichen der Differenz $s_{\text{rel}}^*(\lambda) - V(\lambda)$ wechselt. An diesen Stellen gilt (5) nicht, da die Funktion nicht stetig differenzierbar ist (Problemstelle bei $x=0$). Daher darf dort kein lineares Modell vorausgesetzt werden sondern umgekehrt, es kann nur mit der Mathematik für nichtlineare Modelle weitergearbeitet werden. Nun könnte man einwenden, dass für Gleichung (6) nur das Quadrat der Ableitung benötigt wird. Diese Funktion hat dann nur noch an der Stelle $x=0$ einen kleinen „Schönheitsfehler“. Welche Auswirkungen dies auf die Berechnung der Messunsicherheit hat kann nur schwer abgeschätzt werden.

- 3) Die betrachtete Kenngröße, d.h. der f_1' -Kennwert, ist im Idealfall Null. Jede Abweichung vergrößert den Wert, also auch jede durch Messunsicherheit zu berücksichtigende (zusätzliche) Abweichung. Es wird also nicht nur die Messunsicherheit fehlerhaft berechnet, sondern auch der Wert der Kenngröße (der Erwartungswert) nimmt bei wachsender Messunsicherheit zu.
- Diese Feststellung ist sehr wichtig. Durch veränderte Annahmen bei den Messunsicherheiten der gemessenen Teilgrößen verändert sich nicht nur die Messunsicherheit des Ergebniswertes sondern auch der Ergebniswert der Messung. Dieser Zusammenhang wird im weiteren Verlauf noch eine Rolle spielen.

Monte Carlo Simulation (Verfahren 2)

Mit der Erweiterung des GUM [5] durch das erste Supplement [3] und durch eine Ausführliche Beschreibung in [6] stehen auch standardisierte Methoden unter Verwendung der Monte Carlo Simulation für die Bestimmung der Messunsicherheit zur Verfügung.

Bei diesen Verfahren werden die Eingangsgrößen X_i durch ihre PDF (probability distribution function) beschrieben und es wird dem Simulationsprogramm das Modell $Y = f(X_i)$ mitgeteilt. Während der Simulation erzeugt ein Zufallsgenerator die Realisierungen für die benötigten Zufallsgrößen (Stichproben) und es wird für jeden Stichprobenwert der Eingangsgrößen ein Stichprobenwert der Ausgangsgröße ermittelt. Aus der „Beobachtung“ der Stichprobenwerte der Ausgangsgröße kann man eine Schätzung für die PDF der Ausgangsgröße ermitteln und aus dieser dann alle benötigten statistischen Kennwerte bestimmen.

Die Realisierung dieser Simulation muss nicht mit Hilfe komplexer mathematischer Programme erfolgen. Für einfache Simulationen bietet sich die Verwendung eines AddIns für Excel an [7]. Man definiert sich ein Arbeitsblatt mit der Modellfunktion und legt für alle Eingangsgrößen die PDF's fest. Nach der Simulation erhält man dann eine Schätzung für die PDF der Ausgangsgröße (Histogramm, ...).

Messwerte

Anhand von Beispielmesswerten sollen diese Verfahren demonstriert und gegenübergestellt werden. Für die spektrale Anpassung einer Kamera mit der CCD-Matrix C21-1 und dem Objektiv Tamron 1.4/25 wird das $V(\lambda)$ -Filter TT21 verwendet. Der berechnete f_1' -Kennwert beträgt 2,5%.

Die spektrale Empfindlichkeit der CCD-Matrix (relativ) und die Transmissionsdaten von Filter (absolut) und Objektiv (relativ) werden in der folgenden Abbildung dargestellt.

Aus den in [8] detailliert beschriebenen Messverfahren für die Bestimmung der spektralen Empfindlichkeit von CCD-Matrizen und der spektralen Vermessung einer Serie von $V(\lambda)$ -Filtern ergeben sich die in der Abbildung 2 dargestellten beigeordneten Messunsicherheiten.

Die dargestellten Daten berücksichtigen nur die Beiträge zur Messunsicherheit auf Grund der eigentlichen Messung, also nur die Wiederholbarkeit und zusätzlich die Streuung innerhalb klassifizierter Chargen, d.h. die Streuung die entsteht, wenn verschiedene Elemente aus einer Charge gemessen werden.

Nicht berücksichtigt wurden Beiträge zur Messunsicherheit auf Grund des Messverfahrens (Kalibrierung der Referenzdiode, Einfluss der Photometerelektronik, der Temperatur, ...) und der Einfluss der Wellenlängenkalibrierung [4].

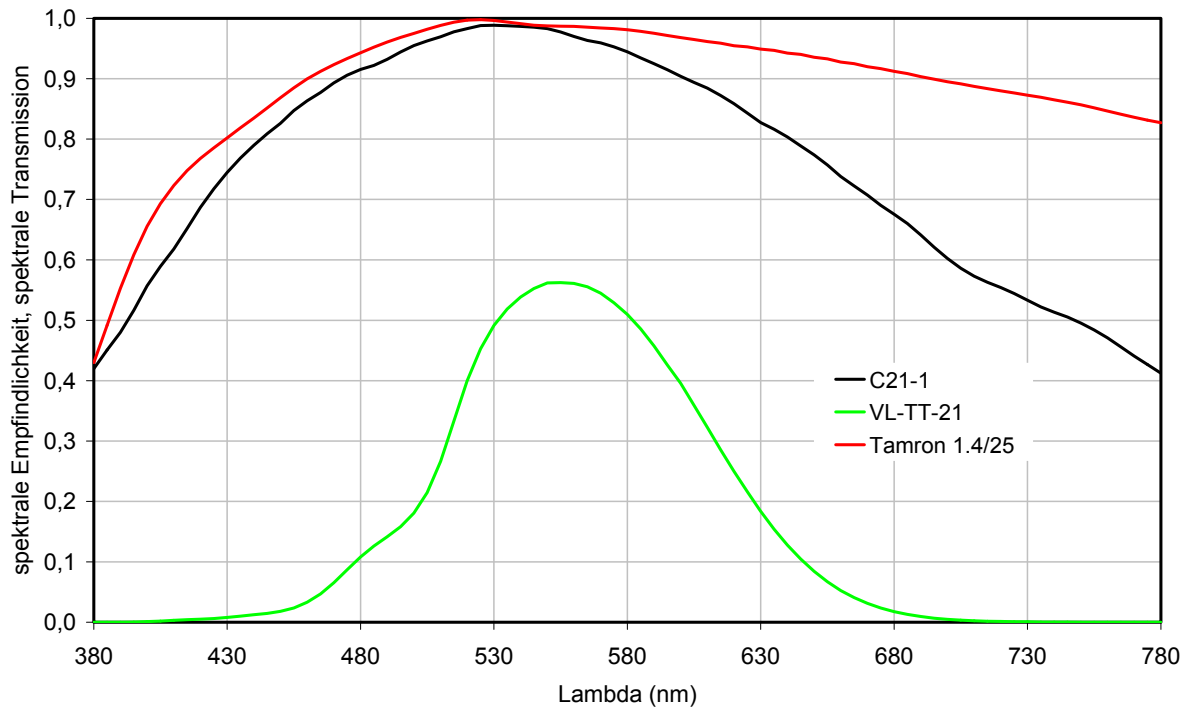


Abbildung 1: Ausgangsdaten der Berechnung
(spektrale Empfindlichkeit der CCD-Matrix und Transmissionsdaten für $V(\lambda)$ -Filter und Objektiv)

Die Bestimmung der Objektivtransmission ist eine Transmissionsmessung und daher eigentlich mit kleiner Messunsicherheit möglich. Da es, aber schwierig ist, einen stabilen Aufbau zu erzielen bei dem Transmissionsmessungen frei von anderen Einflüssen (z.B. Streulicht) sind, wird die der Objektivtransmission beigeordnete (absolute) Messunsicherheit als unabhängig von der Wellenlänge angenommen und großzügig mit $u(\tau_{\text{Objektiv}}) = 0,01$ abgeschätzt.

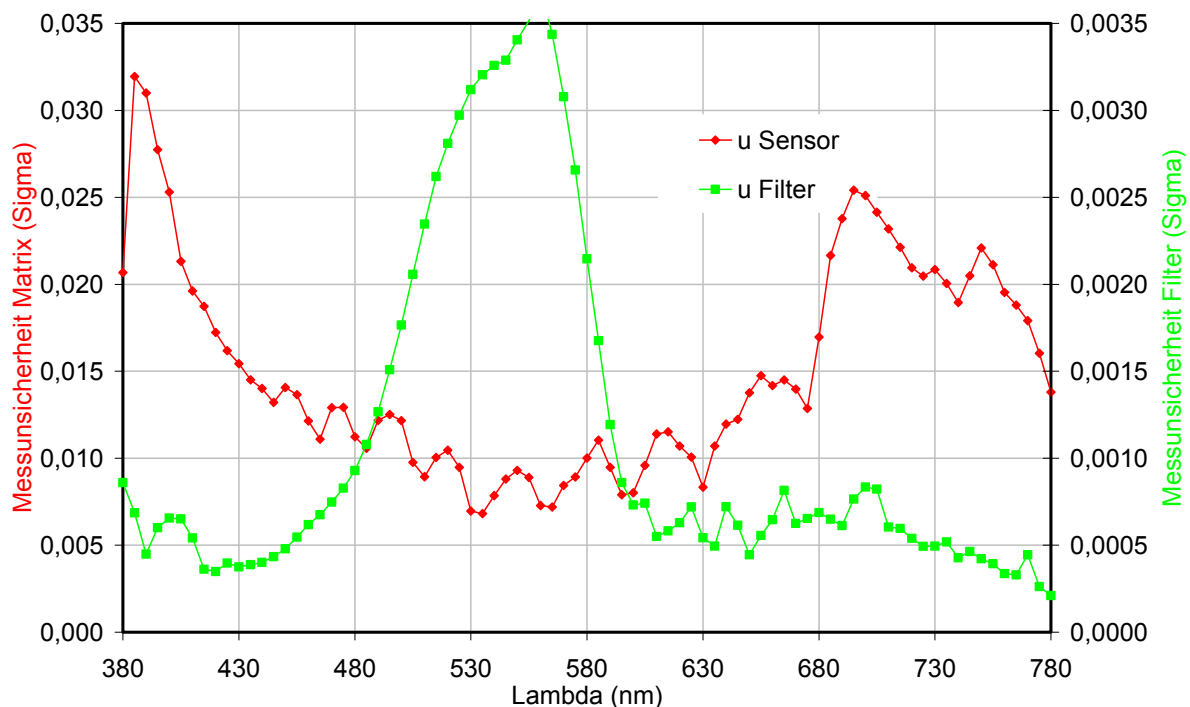


Abbildung 2: Standard Messunsicherheiten für die Bestimmung der kombinierten Messunsicherheit

Die in Abbildung 2 dargestellten spektralen Verläufe von Messunsicherheiten zeigen für die relative spektrale Empfindlichkeit des Sensors (Matrix) vergleichsweise große Beiträge. Im Maximum der relativen spektralen Empfindlichkeit der Matrix bei 530 nm (Abbildung 1) hat die (absolute) Messunsicherheit ein Minimum und steigt zum Rand des Wellenlängenbereiches an. Die großen Beiträge im Bereich 680 nm - 730 nm sind durch das Messverfahren bedingt [8].

Die (absolute) Messunsicherheit bei der Bestimmung der Filtertransmission ist eine Größenordnung geringer, wobei anzumerken ist, dass die durch Streulicht verursachten Beiträge nicht berücksichtigt wurden.

Ergebnisse

Mit den vorgestellten Verfahren und den zu Grunde gelegten Daten für die Messunsicherheiten erhält man folgende Ergebnisse:

Verfahren 1

Für das vorgestellte optische System wurden mit dem linearisierten Ansatz und der Methode von Yoshi Ohno die nachfolgenden Standard Messunsicherheiten berechnet. Sie sind der Darstellung der Kenngröße folgend zwar prozentual angegeben (Angaben in %), dies darf aber nicht mit einer relativen Darstellung von Messunsicherheiten verwechselt werden:

kombinierte Messunsicherheit $u_c(f_1')$	Anteil der Matrixmessung $u_{\text{Matrix}}(f_1')$	Anteil der Filtermessung $u_{\text{Filter}}(f_1')$	Anteil der Objektivmessung $u_{\text{Objektiv}}(f_1')$
0,27	0,17	0,11	0,18

Man kann erkennen, dass der Beitrag aus der Messunsicherheit bei der Bestimmung der spektralen Transmission des $V(\lambda)$ -Filters trotz der vergleichsweise kleinen Messunsicherheiten bei der Transmissionsmessung des Filters im Vergleich zum Beitrag aus der Messunsicherheit bei der Matrixmessung einen großen Einfluss auf die kombinierte Messunsicherheit hat.

Für den bestimmten f_1' -Kennwert wird dann unter Berücksichtigung des Erweiterungsfaktors $k = 2$ für die erweiterte Messunsicherheit $U(f_1')$ geschrieben:

$$U(f_1') = k \cdot u_c(f_1')$$

Der Erweiterungsfaktors $k = 2$ zur Berechnung der erweiterten Messunsicherheit wird hier verwendet, um ein Intervall anzugeben, das den Wert der gemessenen Größe (f_1' -Kennwert) mit einer Wahrscheinlichkeit von $\approx 95\%$ überdeckt.

Der Messwert für den f_1' -Kennwert kann unter diesen Voraussetzungen folgendermaßen angegeben werden:

$$f_1' = (2,5 \pm 0,5)\%$$

Verfahren 2

Werden die gleichen Basisdaten (Messwerte und beigeordnete Messunsicherheiten) wie für das Verfahren 1 zu Grunde gelegt, erhält man mit Hilfe einer Monte Carlo Simulation folgende Ergebnisse:

	Erwartungswert f_1' (%)	Messunsicherheit $u_{\text{Anteil}}(f_1')$
Kombinierte Messunsicherheit	2,94	0,21
Matrixmessung	2,70	0,15
Filtermessung	2,54	0,10
Objektivmessung	2,69	0,14

Die oben angegebenen Messunsicherheiten der Eingangsgrößen wurden als normalverteilt angenommen. Ebenso einfach ist es aber rechteckige oder beliebige andere Verteilungen als PDF der Eingangsgrößen zu verwenden.

Als Nebenbedingung wurde noch festgelegt, dass die spektralen Empfindlichkeiten nicht negativ sein dürfen. Ohne diese Nebenbedingung ergeben sich aber nur geringfügig andere Ergebnisse.

Aus der PDF des f_1' -Kennwert (PDF der Ausgangsgröße bei der Simulation) kann dann der Bereich abgeschätzt werden, in dem die Messgröße mit 95% Wahrscheinlichkeit liegt.

$$f_1' = (2,9 \pm 0,4)\%$$

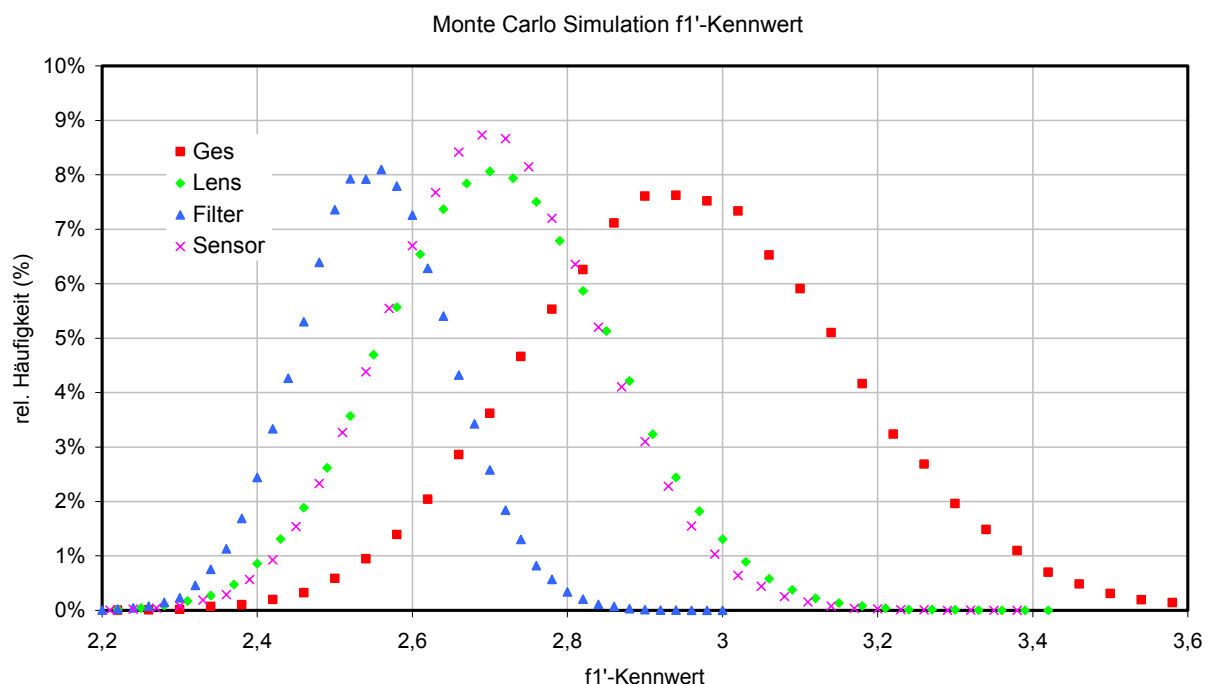


Abbildung 3: Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen nach Monte Carlo Simulation (100000 Werte)

An der Darstellung der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen kann man die in der Tabelle dargestellten Ergebnisse sehr gut nachvollziehen und die Beiträge der einzelnen Teilmessungen erkennen.

Gegenüberstellung der Messergebnisse

Stellt man die beiden Messergebnisse gegenüber, dann erhält man nur kleinere Abweichungen für die geschätzten Messunsicherheiten. Die Messunsicherheit wird mit Verfahren 1 im Vergleich zum Verfahren 2 etwas größer geschätzt.

Wichtig ist aber, dass mit der Monte Carlo Simulation der Erwartungswert, also das Messergebnis selbst, verändert wurde. Diese Veränderung des Erwartungswertes ist signifikant und in der gleichen Größenordnung wie die bestimmte Messunsicherheit.

Verfahren	kombinierte Messunsicherheit		Anteil der Einzelmessungen		
	$f_1'(\%)$	$u_c(f_1')$	$u_{\text{Matrix}}(f_1')$	$u_{\text{Filter}}(f_1')$	$u_{\text{Objektiv}}(f_1')$
Verfahren 1 (lin. Ansatz, GUM)	2,50	0,27	0,17	0,11	0,18
Verfahren 2 (Monte Carlo, GUM Supp. 1)	2,94	0,21	0,15	0,10	0,14

Man kann daraus schlussfolgern, dass die bei der Beschreibung des 1. Verfahrens angegebenen Schwachstellen dazu führen, dass der f_1' -Kennwert zu klein bestimmt wird und die nichtlinearen Einflüsse (Begrenzung, nicht stetige Ableitung der Betragsfunktion) einen signifikanten Einfluss auf die Bestimmung des Messwertes haben.

Noch deutlicher wird dies bei der Bestimmung des f_1' -Kennwertes für ein ideal angepasstes System.

Vermessung eines ideal angepassten Systems

Vorausgesetzt man erhält bei der Vermessung der spektralen Empfindlichkeit eines ideal angepassten Systems für jede Wellenlänge dem Erwartungswert nach die Funktionswerte der $V(\lambda)$ -Funktion, dann erhält man nach dem 1. Verfahren $f_1'=0\%$, d.h. den Kennwert des ideal angepassten Empfängers.

Nimmt man nun eine Standard Messunsicherheit¹ $u\{s(\lambda_i)\}=0,01$ je Messwert an, so erhält man die in der folgenden Tabelle aufgeführten Ergebnisse für die beiden vorgestellten Verfahren. Weiterhin wird in dieser Tabelle noch ein realer Empfänger aufgeführt, der dem Empfänger aus dem ersten Beispiel entspricht, dessen Vermessung nun ebenfalls mit einer Standard Messunsicherheit von $u\{s(\lambda_i)\}=0,01$ je Messwert angenommen werden soll.

Verfahren	idealer Empfänger		realer Empfänger	
	$f_1'(\%)$	$u_c(f_1')$	$f_1'(\%)$	$u_c(f_1')$
Verfahren 1 (lin. Ansatz, GUM)	0,00	0,95	2,50	0,55
Verfahren 2 (Monte Carlo, GUM Supp. 1)	2,69	0,31	2,94	0,21

Hier kann in beiden Fällen ein deutlicher Unterschied festgestellt werden. Beim idealen Empfänger wird der Erwartungswert deutlich korrigiert. Für die Bestimmung eines kleinen f_1' -Kennwertes muss man demzufolge auch sehr kleine Messunsicherheiten realisieren, da sonst der Erwartungswert der Messung bei der Bestimmung der Messunsicherheit zu groß wird. Dies unterstreicht sehr deutlich, dass für die Angabe eines Messergebnisses die Bestimmung der Messunsicherheit notwendig ist.

Die beigeordnete Messunsicherheit wird durch die Monte Carlo Simulation deutlich kleiner geschätzt, womit sich diese Tendenz aus dem ersten Beispiel bestätigt.

¹ Das ist keine sehr realistische Annahme. Für Demonstrationszwecke soll diese Annahme aber ausreichen.

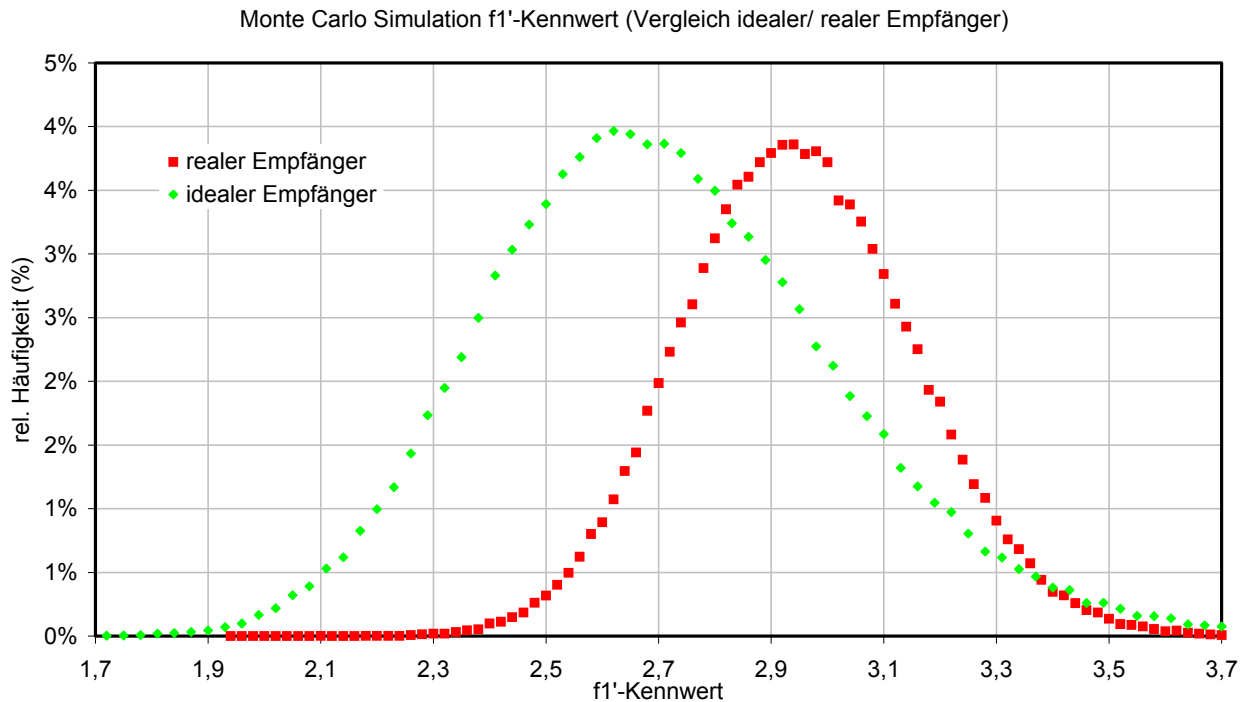


Abbildung 4: Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen nach Monte Carlo Simulation (100000 Werte) für den Vergleich eines realen und idealen Empfängers

Schlussfolgerungen

Für die Abschätzung der Messunsicherheit des f_1' -Kennwertes ist ein linearisierter Ansatz nach [2] und [5] für gut angepasste Empfänger nicht mehr zu verwenden. Hier muss auf Methoden aus [3] zurückgegriffen werden, die mit Hilfe der Monte Carlo Simulation arbeiten. Der Vorteil dieser Methoden besteht darin, dass auch nichtlineare Modelle bearbeitet werden können und es keiner analytischen Vorarbeiten bedarf. Weiterhin könnte man hier auch in einfacher Weise die Auswirkung der Messunsicherheit bei der Bestimmung der Wellenlänge mit in die Berechnung einbringen. Nachteilig wirkt sich unter Umständen nur die Rechenzeit der Simulation aus.

Für weitere Arbeiten ist die Objektivmessung genauer zu spezifizieren bzw. zu optimieren. Weiterhin sollte angestrebt werden die spektrale Empfindlichkeit des Gesamtsystems zu bestimmen, um die Vergrößerung der kombinierten Messunsicherheit durch verschiedene Teilmessungen zu vermeiden. Eine neue Untersuchung der Messunsicherheiten bzw. deren Verringerung bei den entsprechenden Messverfahren ist dann notwendig.

Danksagung

Der Autor bedankt sich bei Dr. Georg Sauter (Physikalisch-Technische Bundesanstalt Braunschweig) für die vielen Hinweise und ergiebigen Diskussionen, die dazu geführt haben, dass das von mir zuerst verwendete erste Verfahren (linearisierter Ansatz nach GUM) durch die Betrachtung mit dem zweiten Verfahren (Monte Carlo Simulation nach GUM Suppl. 1) ergänzt werden musste.

Besonders die Tatsache, dass durch eine Berechnung der Messunsicherheit auch der Messwert selbst verändert werden kann hat mir einige weitere Einblicke in das Gebiet der Berechnung der Messunsicherheiten ermöglicht.

Literatur

- [1] Krüger, U.: *Technological aspects of spectral correction adjustment of space resolved radiation detectors*. Light&Engineering 3/2001, pp.61-71, 2001.
- [2] Ohno, Y.: *Uncertainty of Color Quantities by Numerical Approach*. The 9th Congress of the International Colour Association, AIC Color 01 Rochester, NY, USA, June 24-29 2001, P93/186, 2001
- [3] ISO GUM Suppl. 1 (DGUIDE 99998): Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM) — *Supplement 1: Numerical methods for the propagation of distributions*. 2004
- [4] Pan, J., Shen, H., Feng, H. and Xiang, G.: *Accurate assessment of f_l' value of fine photometer heads*. submitted to Metrologia, 2005.
- [5] *Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen*. Deutsche Übersetzung des „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM)“, DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth Verlag GmbH, 1. Auflage, 1995.
- [6] Siebert, B.; Sommer, K.-D.: *Weiterentwicklung des GUM und Monte-Carlo-Techniken*. Technisches Messen 71(2004)02, 2004
- [7] RiskAmp: *Risk Analysis and Modelling Programm (AddIn for Excel)*. <http://www.riskamp.com/>, 2005
- [8] Krüger, U.: *Ausgewählte Aspekte der orts aufgelösten Erfassung stationärer Licht- und Farbverteilungen*. Dissertation, Publikationsreihe des Fachgebietes Lichttechnik der TU Ilmenau Nr. 6, Der Andere Verlag Osnabrück 2004, [ISBN 3-89959-167-4](https://www.dav.de/ISBN-3-89959-167-4)